UTILISATION DES VECTEURS ET
DES FONCTIONS VECTORIELLES EN PHYSIQUE

I Grandeurs vectorielles

1) Rappels

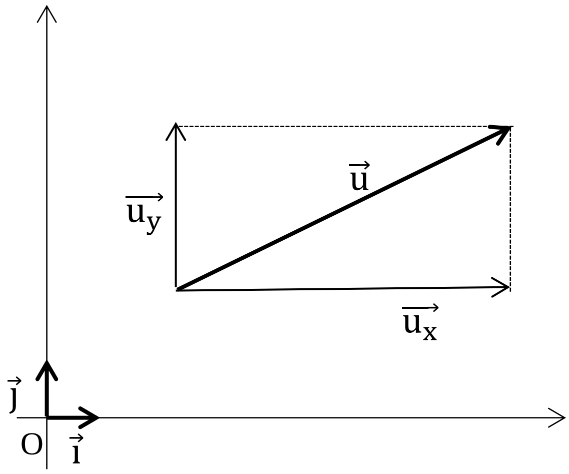
Quand une grandeur physique est caractérisée par une direction, un sens et une valeur numérique associée, on la modélise par un vecteur et on parle de grandeur vectorielle.
Soit $\vec{u}$ cette grandeur (la valeur associée est alors égale à la norme du vecteur, soit u = $\|\vec{u}\|$ suivie d'une unité).
Exemple : les forces $\vec{F}$, dont la valeur associée notée F s'exprime en Newtons (N).

2) Coordonnées

En Mathématiques : Dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont définis par : $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$.

En Physique : Pour garder à l'esprit le fait que les coordonnées se rapportent à une grandeur physique, les notations sont différentes.
Les **coordonnées** de $\vec{u}$ (parfois appelées composantes scalaires) sont notées **u_x, u_y et u_z** (sauf quand les coordonnées sont celles d'un point).
On a alors : $\vec{u} = u_x\,\vec{i} + u_y\,\vec{j} + u_z\,\vec{k}$ avec
$\|\vec{u}\| = \sqrt{(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)}$

On utilise parfois les **composantes vectorielles** du vecteur, **notées $\vec{u_x}$, $\vec{u_y}$ et $\vec{u_z}$** telles que $\vec{u_x} = u_x\,\vec{i}$ par exemple.
Si $u_x > 0$, alors $\vec{u_x}$ a le même sens que $\vec{i}$,
si $u_x < 0$, alors $\vec{u_x}$ a un sens opposé à celui de $\vec{i}$



Pour résumer : $\boxed{\vec{u} = \vec{u_x} + \vec{u_y} + \vec{u_z} = u_x\,\vec{i} + u_y\,\vec{j} + u_z\,\vec{k}}$

II Fonctions vectorielles du temps

Si la grandeur physique modélisée par le vecteur $\vec{u}$ varie au cours du temps, on peut la considérer comme une fonction du temps, notée $\vec{u}\,(t)$.
Dans un repère cartésien orthonormé, et dans la mesure où le repère ne varie pas au cours du temps, ce sont les coordonnées qui varient au cours du temps et on peut écrire : $\vec{u}\,(t) = u_x(t)\,\vec{i} + u_y(t)\,\vec{j} + u_z(t)\,\vec{k}$.

On peut de même définir sa dérivée et sa dérivée seconde, susceptibles de correspondre également à d'autres grandeurs physiques vectorielles.

Dérivée : $\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d}{dt}(u_x\,\vec{i} + u_y\,\vec{j} + u_z\,\vec{k})$
En utilisant les propriétés des dérivées, soit (f + g) ' = f ' + g ' et (af) ' = af ', on obtient :
$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d}{dt}(u_x\,\vec{i}) + \frac{d}{dt}(u_y\,\vec{j}) + \frac{d}{dt}(u_z\,\vec{k}) = \frac{d\,u_x}{dt}\vec{i} + \frac{d\,u_y}{dt}\vec{j} + \frac{d\,u_z}{dt}\vec{k}$
Les coordonnées de la dérivée du vecteur sont les dérivées des coordonnées de ce vecteur.

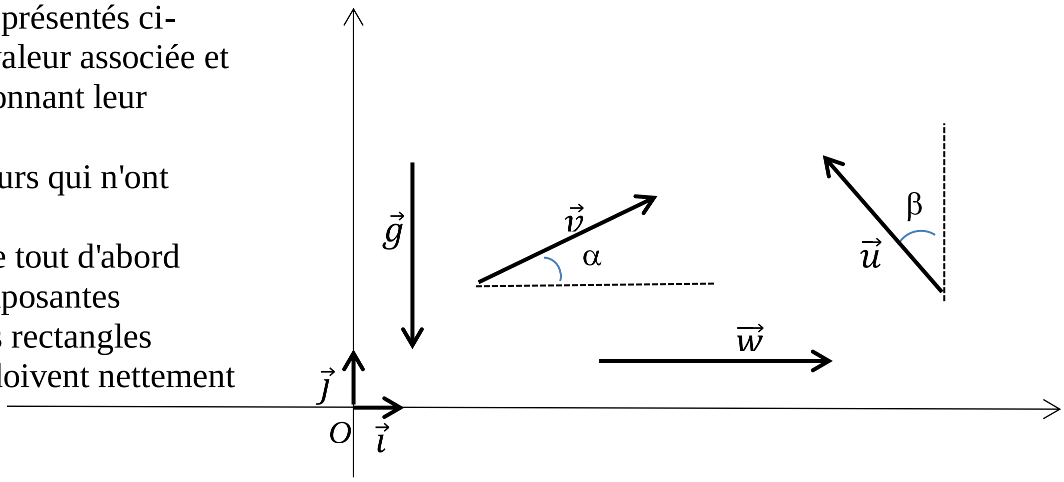
De la même façon, la dérivée seconde : $\frac{d^2\vec{u}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$

Les coordonnées de la dérivée seconde du vecteur sont les dérivées secondes des coordonnées de ce vecteur.

II Exercice

On veut exprimer dans le repère $(O,\vec{i}\,,\vec{j})$, les coordonnées des vecteurs représentés ci-contre, en fonction de leur valeur associée et éventuellement de l'angle donnant leur direction.

1. Commencer par les vecteurs qui n'ont qu'une coordonnée.
2. Pour les autres, construire tout d'abord graphiquement leurs composantes vectorielles (des triangles rectangles contenant l'angle donné doivent nettement apparaître).



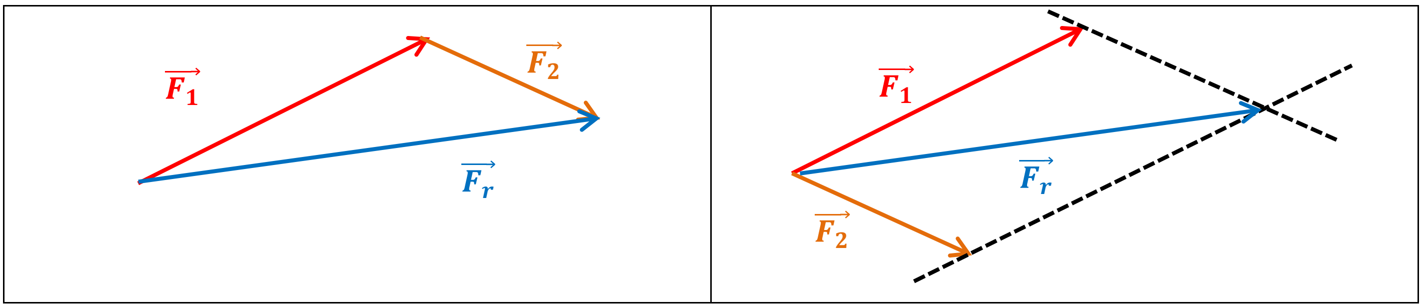
III Résultante de deux forces et composantes d'une force

Le modèle vectoriel permet d'illustrer simplement le Principe de superposition des forces :
Lorsque plusieurs forces $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \ldots, \vec{F_n}$ s'exercent sur un objet, leur effet résultant est le même que celui d'une seule force, appelée force résultante dont l'expression est donnée par la somme vectorielle des forces, soit $\vec{F_r} = \sum \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \cdots + \vec{F_n}$. C'est grâce à ce principe que l'on peut par exemple dire dans certains cas que les forces se compensent, ce qui revient à dire qu'elles sont équivalentes à une seule force nulle.

1) Résultante de deux forces

Soit deux forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$, la résultante $\vec{F_r} = \sum \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$.

Graphiquement, elle peut être obtenue de deux façons :



Dans un repère : les coordonnées de la force résultante sont égales à la somme des coordonnées des deux forces.

2) Composantes d'une force

Inversement, il est souvent pratique de considérer qu'une force est équivalente à deux forces. On procède alors à une décomposition. Il faut au préalable choisir deux axes sur lesquels va se faire cette décomposition.

Un cas fréquent en mécanique consiste à procéder à une décomposition en deux composantes qualifiées de tangentielle et de normale, la première composante étant de direction tangente à la trajectoire au point considéré, et l'autre étant de direction perpendiculaire à la tangente.

Exemple de la réaction d'un support : $\vec{R} = \vec{R_t} + \vec{R_n}$,
la réaction tangentielle constituant une force de frottement.