

**Une méthode de résolution
d'équation en Physique :
utiliser des « boîtes »**

Cas où l'inconnue n'apparaît qu'une fois

Méthode mise en évidence sur un exemple :

Soit l'équation de la trajectoire d'un projectile dans un repère (O,x,y) , pour $x>0$:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot (\cos \alpha)^2} \cdot x^2 + \tan \alpha \cdot x + h$$

Quelle est la valeur de la vitesse initiale qui permet d'avoir une portée égale à une certaine distance notée D ?

Il faut d'abord mettre le problème physique
« en équation » et donc « voir » que l'on
recherche la valeur de v_0 pour laquelle,
quand $y = 0$, $x = D$.

$$-\frac{g}{2v_0^2 \cdot (\cos \alpha)^2} \cdot D^2 + \tan \alpha \cdot D + h = 0$$

On transforme éventuellement l'équation pour la ramener à une équation de type $f(v_0) = k$

$$-\frac{g}{2v_0^2 \cdot (\cos \alpha)^2} \cdot D^2 + \tan \alpha \cdot D + h = 0$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\frac{g}{2v_0^2 \cdot (\cos \alpha)^2} \cdot D^2 = \tan \alpha \cdot D + h$$

$f(v_0)$ apparaît comme une fonction plusieurs fois composée $f(g(h(u(v_0))))$. Pour « extraire » v_0 , on peut extraire progressivement chaque expression intermédiaire.

La méthode proposée consiste à visualiser par des boîtes incluses les unes dans les autres, l'ensemble des opérations ou fonctions .

Dans la boîte contenant v_0 , on construit d'abord un ensemble de boîtes incluses les unes dans les autres, dont la plus petite contiendra uniquement v_0 et la plus grande sera la boîte bleue.

The diagram shows the equation $\frac{g.D^2}{2v_0^2 \cdot (\cos \alpha)^2} = \frac{g.D^2}{v_0^2 \cdot 2(\cos \alpha)^2}$. The left side is enclosed in a blue box. The right side is enclosed in a blue box, which contains a green box. The green box contains a yellow box around v_0^2 , followed by $\cdot 2(\cos \alpha)^2$. This visualizes the process of isolating v_0 within the denominator.

$$\frac{g.D^2}{2v_0^2 \cdot (\cos \alpha)^2} = \frac{g.D^2}{\boxed{v_0^2} \cdot 2(\cos \alpha)^2}$$

$$\frac{g}{2v_0^2 \cdot (\cos \alpha)^2} \cdot D^2 = \tan \alpha \cdot D + h$$

Avec les boîtes, l'équation peut alors s'écrire :

$$\frac{g \cdot D^2}{v_0^2 \cdot 2(\cos \alpha)^2} = \tan \alpha \cdot D + h$$

Ouverture de la boîte bleue et extraction de la boîte verte (attention à ne pas oublier les parenthèses !) :

$$\frac{g.D^2}{v_0^2.2(\cos\alpha)^2} = \tan\alpha.D + h$$

donc $g.D^2 = (\tan\alpha.D + h) (v_0^2.2(\cos\alpha)^2)$

soit $(v_0^2.2(\cos\alpha)^2) = \frac{g.D^2}{(\tan\alpha.D + h)}$

Ouverture de la boîte verte et extraction de la boîte jaune

$$\boxed{v_0^2} \cdot (2(\cos \alpha)^2) = \frac{g.D^2}{(\tan \alpha.D + h)}$$

On obtient :

$$\boxed{v_0^2} = \frac{g.D^2}{(\tan \alpha.D + h) (2(\cos \alpha)^2)}$$

Ouverture de la boîte jaune pour extraire v_0 .

v_0 étant positif:

$$v_0 = + \sqrt{\quad} \quad \text{Soit :}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g.D^2}{(\tan \alpha.D + h).2(\cos \alpha)^2}}$$