

Calcul littéral ; corrigé

- I** 1. $E_c = \frac{1}{2}mv^2$; exprimer v . $mv^2 = 2E_c$ donc $v^2 = \frac{2E_c}{m}$ et comme $v > 0$, $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$
2. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; exprimer g .
 $\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{T}{2\pi}$ donc $\frac{L}{g} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$ donc $L = g\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$ soit $g = \frac{L}{\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = L\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$
3. $F = \frac{GM_T m}{(R_T + h)^2}$ exprimer M_T puis h .
 $\checkmark F(R_T + h)^2 = GM_T m$ donc $M_T = \frac{F(R_T + h)^2}{Gm}$
 $\checkmark F(R_T + h)^2 = GM_T m$ donc $(R_T + h)^2 = \frac{GM_T m}{F}$
 $R_T + h > 0$ donc $R_T + h = \sqrt{\frac{GM_T m}{F}}$ et finalement $h = \sqrt{\frac{GM_T m}{F}} - R_T$
4. Loi de la réfraction : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$; exprimer i_2 .
 $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$ donc $i_2 = \text{Arcsin}\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i_1\right)$
5. $-\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$; exprimer p' . $\frac{1}{p'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{p}$ donc $p' = \frac{1}{\frac{1}{f'} + \frac{1}{p}}$ soit $p' = \frac{1}{\frac{p+f'}{pf'}} = \frac{f'p}{p+f'}$
6. $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s}$; exprimer M_s puis r . $T^2 GM_s = 4\pi^2 r^3$ donc $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_s}$ soit $M_s = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 G}$;
 $r^3 = \frac{T^2 GM_s}{4\pi^2}$, donc $r = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM_s}{4\pi^2}}$ ou $\left(\frac{T^2 GM_s}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$
7. $10 \log \frac{I}{I_0}$; exprimer I . $\log \frac{I}{I_0} = \frac{L}{10}$ donc $\frac{I}{I_0} = 10^{\frac{L}{10}}$ soit $I = I_0 10^{\frac{L}{10}}$.
8. $\Delta t_m = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$; exprimer $\frac{v}{c}$.
 $\Delta t_m \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \Delta t_p$ donc $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\Delta t_p}{\Delta t_m}$; $1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{\Delta t_p}{\Delta t_m}\right)^2$
donc $\frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{\Delta t_p}{\Delta t_m}\right)^2$ soit, comme $\frac{v}{c} > 1$, $\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t_p}{\Delta t_m}\right)^2}$
9. Voir la présentation ppt :
- II** 1. $\begin{cases} E_{c,1} = \frac{1}{2}mv_1^2 \\ E_{c,2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \end{cases}$ donc $\begin{cases} \frac{E_{c,1}}{v_1^2} = \frac{1}{2}m \\ \frac{E_{c,2}}{v_2^2} = \frac{1}{2}m \end{cases}$ soit $\frac{E_{c,2}}{v_2^2} = \frac{E_{c,1}}{v_1^2}$; on obtient $E_{c,2} = E_{c,1} \frac{v_2^2}{v_1^2}$
2. $\begin{cases} I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2} \\ I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2} \end{cases}$ donc $\begin{cases} I_1 r_1^2 = \frac{P}{4\pi} \\ I_2 r_2^2 = \frac{P}{4\pi} \end{cases}$ soit $I_2 r_2^2 = I_1 r_1^2$; on obtient $I_2 = I_1 \frac{r_1^2}{r_2^2}$
3. On utilise la 3ème loi de Képler, soit $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s}$; l'invariant y est déjà isolé. On prend l'inverse des deux membres pour obtenir r au numérateur.
Pour une planète quelconque $\frac{r^3}{T^2} = \frac{r_T^3}{T_T^2}$ donc $r^3 = r_T^3 \frac{T^2}{T_T^2}$ soit, r étant positive,
 $r = \sqrt[3]{r_T^3 \frac{T^2}{T_T^2}} = r_T \cdot \sqrt[3]{\frac{T^2}{T_T^2}}$ ou $r = r_T \cdot \left(\frac{T^2}{T_T^2}\right)^{\frac{1}{3}}$